

单元素养测评卷(一)

第一章

(时间:120分钟 分值:150分)

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\overrightarrow{AB}=\mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD}=\mathbf{b}$, $\overrightarrow{AA_1}=\mathbf{c}$, 点 M 为 A_1D_1 的中点, 则 \overrightarrow{CM} 等于 ()

- A. $-\mathbf{a}-\frac{1}{2}\mathbf{b}+\mathbf{c}$ B. $\mathbf{a}+\frac{1}{2}\mathbf{b}+\mathbf{c}$
 C. $-\mathbf{a}+\frac{1}{2}\mathbf{b}-\mathbf{c}$ D. $-\mathbf{a}-\frac{1}{2}\mathbf{b}+\frac{1}{2}\mathbf{c}$

2. [2025·浙江湖州高二期末] 已知向量 $\mathbf{a}=(1,2,2)$, $\mathbf{b}=(-2,1,1)$, 则向量 \mathbf{a} 在向量 \mathbf{b} 上的投影向量为 ()

- A. $(-\frac{2}{9}, -\frac{4}{9}, -\frac{4}{9})$ B. $(\frac{2}{9}, \frac{4}{9}, \frac{4}{9})$
 C. $(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ D. $(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3})$

3. 已知 A, B, C 三点不共线, O 是平面 ABC 外任意一点, 若 $\overrightarrow{OM}=2\lambda\overrightarrow{OA}+\frac{2}{5}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{OC}$, 则 A, B, C, M 四点共面的充要条件是 ()

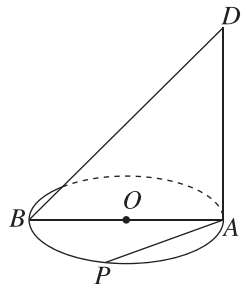
- A. $\lambda=\frac{13}{60}$ B. $\lambda=\frac{17}{60}$
 C. $\lambda=-\frac{17}{60}$ D. $\lambda=-\frac{13}{60}$

4. 已知向量 $\mathbf{a}=(1,0,2)$, $\mathbf{b}=(x,2,2)$, 且 $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=6$, 则向量 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角的余弦值为 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{15}}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

5. [2026·石家庄高二期末] 如图, AB 是圆 O 的直径, AD 垂直于圆 O 所在的平面, $AB=AD=2$, P 是弧 AB 的中点, 则异面直线 AP 与 BD 所成角的大小为 ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$
 C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$



6. 已知点 P 是棱长为1的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $A_1B_1C_1D_1$ 上一点(包括边界), 则 $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PD}$ 的最大值为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. 1 D. $\frac{3}{2}$

7. 已知四棱锥 $S-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是边长为2的正方形, $SD\perp$ 平面 $ABCD$, 棱 AB, SC 的中点分别为 E, F , 若异面直线 EC 与 BF 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$, 则 $SD=$ ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. 4 C. 2 D. 3

8. [2026·贵州毕节高二期末] 平面 $x-2y+z=2$ 与三个坐标面围成四面体的体积是 ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. 2 D. 4

二、选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

9. 已知向量 $\overrightarrow{AB}=(2,1,0)$, $\overrightarrow{AC}=(-1,2,1)$, 则下列说法中正确的是 ()

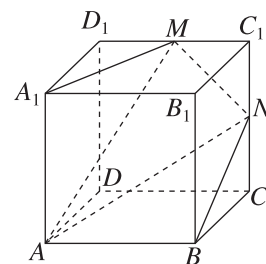
- A. \overrightarrow{AB} 与 \overrightarrow{AC} 是共线向量
 B. 与 \overrightarrow{AB} 同向的单位向量是 $(\frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{\sqrt{5}}{5}, 0)$
 C. \overrightarrow{AB} 和 \overrightarrow{BC} 的夹角的余弦值是 $-\frac{\sqrt{55}}{11}$
 D. 平面 ABC 的一个法向量是 $\mathbf{n}=(1,2,5)$

10. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, Q 为 AA_1 上一动点, 则 ()

- A. 存在点 Q , 使得 BQ 与平面 B_1CD 垂直
 B. 不存在点 Q , 使得 BQ 与平面 B_1CD 垂直
 C. 存在点 Q , 使得 D_1Q 与平面 B_1CD 垂直
 D. 不存在点 Q , 使得 D_1Q 与平面 B_1CD 垂直

11. [2026·山东德州高二期末] 如图所示, 在棱长为2的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别为棱 C_1D_1, C_1C 的中点, 则下列结论正确的是 ()

- A. 直线 AM 与平面 A_1ADD_1 所成角的正弦值为 $\frac{1}{3}$



- B. 点 B 到直线 AM 的距离为 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$
 C. 点 D 到平面 AMN 的距离为 2
 D. 直线 A_1M 与直线 BN 是异面直线

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

12. 在空间直角坐标系中, 点 $M(2,1,-3)$ 关于 zOx 平面的对称点的坐标为 _____.

13. [2026·江苏盐城高二月考] 已知棱长为3的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 位于平面 α 的同侧, 且顶点 A 在平面 α 上, 若顶点 B, D 到平面 α 的距离均为 $\sqrt{2}$, 则顶点 A_1 到平面 α 的距离为 _____.

14. [2026·上海松江区高二期末] 将平面直角坐标系 xOy 内三点 $A(-1,-5), B(4,5), C(7,0)$ 沿 OC 将平面 BOC 折起到 B_1OC , 使二面角 B_1-OC-A 的大小为 60° , 则直线 AB_1 与平面 AOC 所成角的正弦值为 _____.

四、解答题:本题共5小题,共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13分) 已知空间中三点 $A(-1,1,2), B(-1,2,4), C(1,0,4)$.

- (1) 若点 D (异于点 A, C) 在直线 AC 上, 且 $\overrightarrow{BD}\perp\overrightarrow{AC}$, 求点 D 的坐标;
 (2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

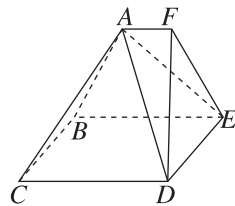


16. (15分) 已知空间中的三点 $P(-2, 0, 2), M(-1, 1, 2), N(-3, 0, 4)$, $\overrightarrow{PM} = \mathbf{a}, \overrightarrow{PN} = \mathbf{b}$.

- (1) 当 $k\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 与 $k\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$ 的夹角为钝角时, 求 k 的取值范围;
 (2) 求点 M 到直线 PN 的距离.

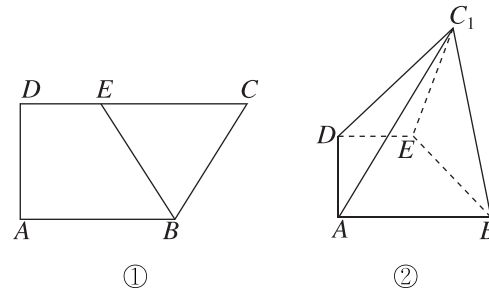
17. (15分) [2026·四川德阳高二期末] 如图, 四棱锥 $A-BCDE$ 是正四棱锥, 设平面 ACD 与平面 ABE 的交线为 l , F 为 l 上异于点 A 的一点.

- (1) 求证: $AF \parallel CD$;
 (2) 在棱 DE 上找一点 G , 使得平面 $ABC \perp$ 平面 AFG , 并给出证明;
 (3) 若正四棱锥 $A-BCDE$ 的所有棱长均相等, $AF = \frac{1}{3}CD$, 求直线 DF 与平面 ABC 所成角的正弦值.



18. (17分) 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD, \angle D = 90^\circ, AB = 2, CD = 3, \angle DCB = 60^\circ$, E 在线段 CD 上, 且 $CE = 2ED$, 以 BE 为折痕将 $\triangle BCE$ 折起, 使点 C 到达 C_1 的位置, 且 $AC_1 = \sqrt{6}$, 如图②.

- (1) 求证: 平面 $BC_1E \perp$ 平面 $ABED$;
 (2) 在棱 DC_1 上存在点 P , 使得锐二面角 $P-BE-A$ 的大小为 45° , 求 C_1 到平面 PBE 的距离.



19. (17分) [2025·黑龙江哈尔滨高二期末] 《九章算术》中, 将底面为长方形且有一条侧棱与底面垂直的四棱锥称为阳马, 将四个面都为直角三角形的四面体称为鳖臑. 如图, 在阳马 $P-ABCD$ 中, 侧棱 $PD \perp$ 底面 $ABCD, PD = DC, CB = CP, E$ 为棱 PC 的中点, F 为棱 PB 上一点, $FP < FB$, 连接 DB, DE, DF, EF .

- (1) 求证: $DE \perp$ 平面 PBC ;
 (2) 若 $EF \perp PB$, 连接 BE , 判断四面体 $DBEF$ 是否为鳖臑, 若是, 写出其每个面的直角; 若不是, 写出其不是直角三角形的面;
 (3) 延长 FE, BC 交于点 G , 连接 DG , 若二面角 $F-DG-B$ 的大小为 $\frac{\pi}{3}$, 求 $\frac{PF}{PB}$.

